

التمرين 01

1 - السرعة المتوسطة هي تغير شعاع الموضع في مدة زمنية ، وتغير شعاع الموضع هو شعاع الانتقال .

$$\vec{r}_1 = 3\vec{i} - 2\vec{j} - \vec{k} \quad \text{، تصحيح :} \quad \vec{v}_{\text{moy}} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{(4\vec{i} - \vec{j} - 3\vec{k}) - (3\vec{i} - 2\vec{j} - \vec{k})}{2} = \frac{1}{2}\vec{i} + \frac{1}{2}\vec{j} - \vec{k}$$

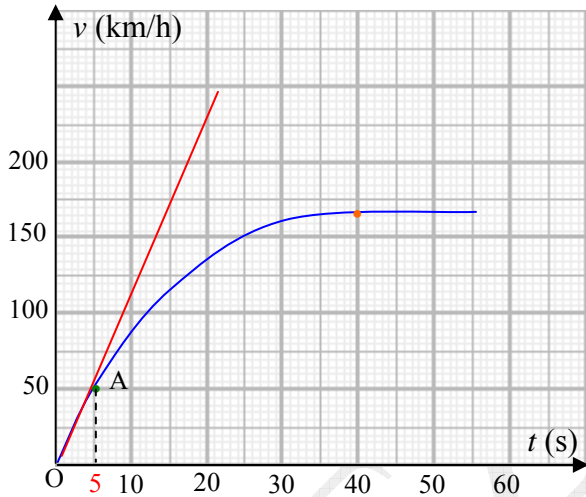
$$v_{\text{moy}} = \sqrt{(0,5)^2 + (0,5)^2 + (-1)^2} = 1,22 \text{ m/s} \quad \text{طويلة السرعة المتوسطة :}$$

$$2 - \text{ شعاع التسارع المتوسط : } \vec{a}_{\text{moy}} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_1 - \vec{v}_0}{\Delta t}$$

$$\vec{v}_0 = 40\vec{i} - 10\vec{j} + 2\vec{k} \quad \text{، ومنه} \quad -7\vec{i} + 2\vec{j} = \frac{(5\vec{i} + 2\vec{k}) - \vec{v}_0}{5}$$

التمرين 02 : حركة مستحيلة ... لا يمكن أن نحقق طورين متتابعين لحركتين منتزمتين .

التمرين 03



1 - تزايد السرعة من اللحظة 0 حتى اللحظة 40 s ثم بعد ذلك

تصبح ثابتة .

2 - نعلم أن التسارع يكون ثابتا إذا كانت السرعة دالة من الدرجة الأولى

بالنسبة للزمن .

نلاحظ على البيان أن في المجال الزمني [0 , 5 s] يكون مخطط السرعة

عبارة عن خط مستقيم (أي من O إلى A) . إذن في هذا المجال الزمني

يكون تسارع السيارة ثابتا ، وبالتالي تكون حركة السيارة في هذا المجال

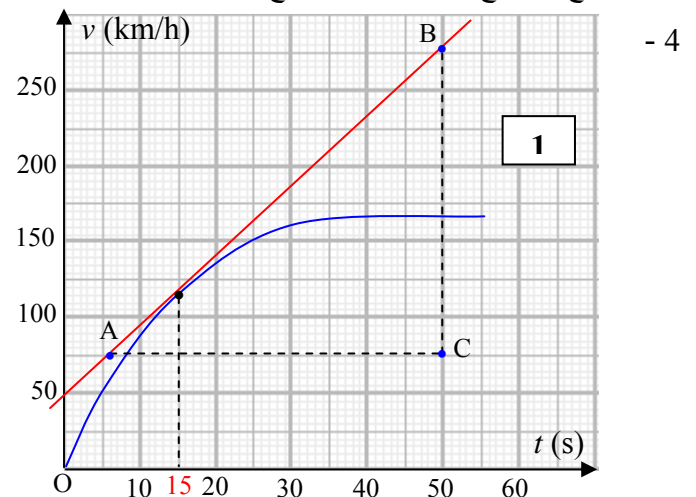
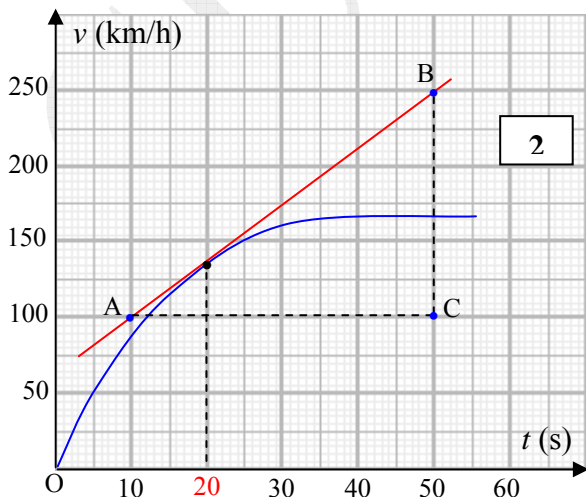
متسارعة بانتظام .

نختار دائما محورا موجهها في جهة الحركة لكي نقول أن $v > 0$.

بما أن ميل المستقيم OA هو تسارع السيارة وهو موجب ، إذن $a > 0$ ، وهو نفسه a_t ، وبالتالي يكون لدينا :

$$v \cdot a_t > 0$$

3 - يصبح التسارع معدوما عندما تصبح السرعة ثابتة ، ويكون هذا بعد اللحظة 40 s ، وتكون حركة السيارة منتظمة .



التسارع في اللحظة t هو ميل المماس لمخطط السرعة في تلك اللحظة .

في اللحظة $t = 15$ s :

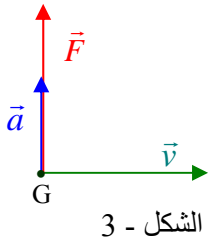
$$a_{15} = \frac{BC}{AC} = \frac{3,6}{44} = 1,3 \text{ m/s}^2$$

(حولنا السرعة من km/h إلى m/s بتقسيمها على 3,6)

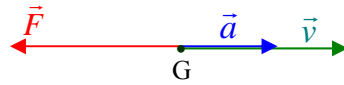
في اللحظة $t = 20$ s :

$$a_{20} = \frac{BC}{AC} = \frac{150}{40} = 1,04 \text{ m/s}^2$$

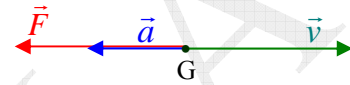
التمرين 04



الشكل - 3



الشكل - 2



الشكل - 1

الشكل - 1 :

حركة مستقيمة : لأن التسارع الناظمي معدوم .

حركة متباطئة بانتظام : $\vec{v} \times \vec{a} < 0$

(ولدينا الزاوية بين الشعاعين 180° ، وبالتالي $\cos 180 = -1$ ، إذن الجداء سالب)

الشكل - 2 : وضعية مستحيلة .

حسب القانون الثاني لنيوتن $\vec{F} = m \vec{a}$ ، وبما أن $m > 0$ ، إذن يجب أن يكون \vec{F} و \vec{a} في نفس الجهة .

الشكل - 3 :

بما أن $\vec{a} \perp \vec{v}$ ، إذن التسارع المماسي معدوم ، وبالتالي الحركة دائرية منتظمة .

التمرين 5

حسب القانون الثاني لنيوتن $\vec{F} = m \vec{a}$ ، حيث $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ ، وبالتالي : $-\vec{i} - 2\vec{j} - 3\vec{k} + \vec{F}_2 = 2(4\vec{i} - 3\vec{j})$ ومنه

$$\vec{F}_2 = 9\vec{i} - 4\vec{j} + 3\vec{k}$$

التمرين 06

نعتبر الرصاصة نقطة مادية .

لما وصلت الرصاصة إلى النقطة A كانت سرعتها v_A ، ولما وصلت

إلى النقطة B انعدمت سرعتها لأنها توقفت .

نعتبر القوة المعرّفة لحركة الرصاصة محصورة في قوة واحدة \vec{F} .

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن : $\vec{F} = m\vec{a}$ ، وبالإسقاط على المحور الأفقي الموجّه في جهة الحركة :

$$(1) \quad -F = ma$$

بما أن القوة ثابتة إذن الحركة متغيّرة بانتظام . نطبق العلاقة $v_B^2 - v_A^2 = 2a(AB)$ لحساب التسارع

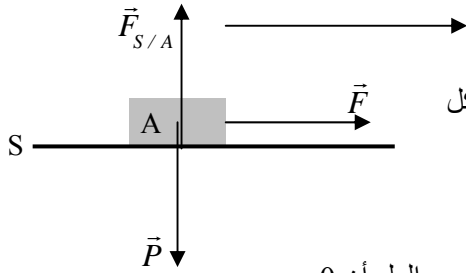
$$a = \frac{0 - (400)^2}{2 \times 0,03} = -2,7 \times 10^6 \text{ m.s}^{-2}$$

بالتعويض في العلاقة (1) : $F = -0,01 \times (-2,7 \times 10^6) = 2,7 \times 10^4 N$

المقارنة : $45 = \frac{F}{P} = \frac{2,7 \times 10^4}{60 \times 10}$ ، هذه القوة تكافئ وزن 45 شخص (قسم مكتظ من التلاميذ!!)

التمرين 07

1 - بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على حركة الطائرة :



، وبإسقاط هذه العلاقة الشعاعية على المحور الموضح في الشكل $\vec{F} + \vec{P} + \vec{F}_{S/A} = M \vec{a}$

$$F = Ma \quad \text{تطبيق عددي : } a = \frac{8,8 \times 10^5}{3 \times 10^5} = 2,93 \text{ m/s}^2$$

2 - بما أن الحركة متغيرة بانتظام (التسارع ثابت) يمكن تطبيق العلاقة $v_2 - v_1 = at$ ، مع العلم أن $v_1 = 0$

$$v_2 = 2,93 \times 10 = 29,3 \text{ m/s}$$

التمرين 08

بإهمال الاحتكاك ،

1 - نطبق نظرية مركز العطالة على العربة A :

$$\vec{F}_0 + \vec{F}_{B/A} + \vec{P}_A + \vec{R}_A = m_A \vec{a}$$

بإسقاط هذه العلاقة على المحور Ox :

$$(1) \quad F_0 - F_{B/A} = m_A a$$

نطبق النظرية على العربة B : $\vec{F}_{A/B} + \vec{P}_B + \vec{R}_B = m_B \vec{a}$ ، وبإسقاط هذه العلاقة على المحور Ox :

$$(1) \quad F_{A/B} = m_B a$$

القوتان $\vec{F}_{B/A}$ و $\vec{F}_{A/B}$ فعلان متبادلان ، إذن مجموعهما معدوم (القانون الثالث لنيوتن) .

$$F_0 = (m_A + m_B) a = (1,2 + 0,8) \times 10^4 \times 2 = 4 \times 10^4 N \quad \text{نجد (2) و (1)}$$

2 - القوة الأفقية المطبقة على القاطرة من طرف السكة الحديدية مقصود بها قوة المحرك الموجود في القاطرة المطبقة على القطار .

بتطبيق نظرية مركز العطالة على القطار باعتباره نقطة مادية :

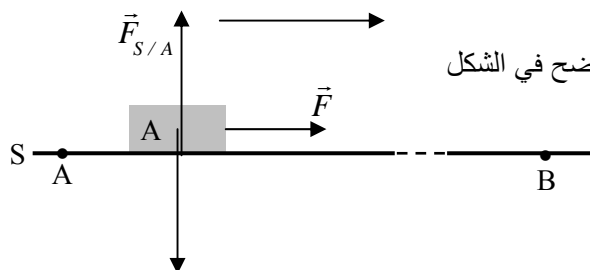
$$\vec{F} + \vec{P} + \vec{R} = (m_A + m_B + m_L) \vec{a}$$

بإسقاط العلاقة على المحور Ox : $F = (m_A + m_B + m_L) a$

$$F = (0,12 + 0,08 + 1) \times 10^5 \times 2 = 2,4 \times 10^5 N$$

التمرين 09

1 - بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على حركة الطائرة :



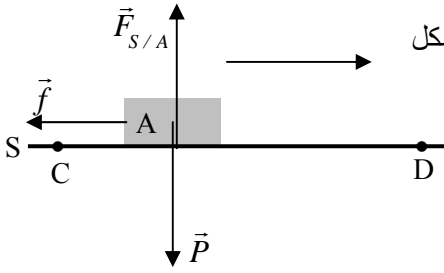
، وبإسقاط هذه العلاقة الشعاعية على المحور الموضح في الشكل $\vec{F} + \vec{P} + \vec{F}_{S/A} = M \vec{a}$

$$(1) \quad F = Ma$$

بما أن F ثابتة إذن الحركة متغيرة بانتظام ، وبالتالي تسارعها

$$F = 12500 \times 31,5 = 3,93 \times 10^5 \text{ N} \quad (1) \quad \text{، وبالتعويض في (1) ،} \quad a = \frac{v_B - v_A}{t_{AB}} = \frac{3,6}{2,2} = 31,5 \text{ m/s}^2$$

2 - بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على حركة الطائرة :



، وبإسقاط هذه العلاقة الشعاعية على المحور الموضح في الشكل $\vec{f} + \vec{P} + \vec{F}_{S/A} = M \vec{a}'$

$$(2) \quad -f = Ma'$$

بما أن f ثابتة إذن الحركة متغيرة بانتظام ، وبالتالي تسارعها :

$$f = -12500 \times (-31,5) = 3,9 \times 10^5 \text{ N} \quad (2) \quad \text{، وبالتعويض في (2) ،} \quad a = \frac{v_B^2 - v_A^2}{2CD} = \frac{0 - \left(\frac{180}{3,6}\right)^2}{2 \times 40} = -31,2 \text{ m/s}^2$$

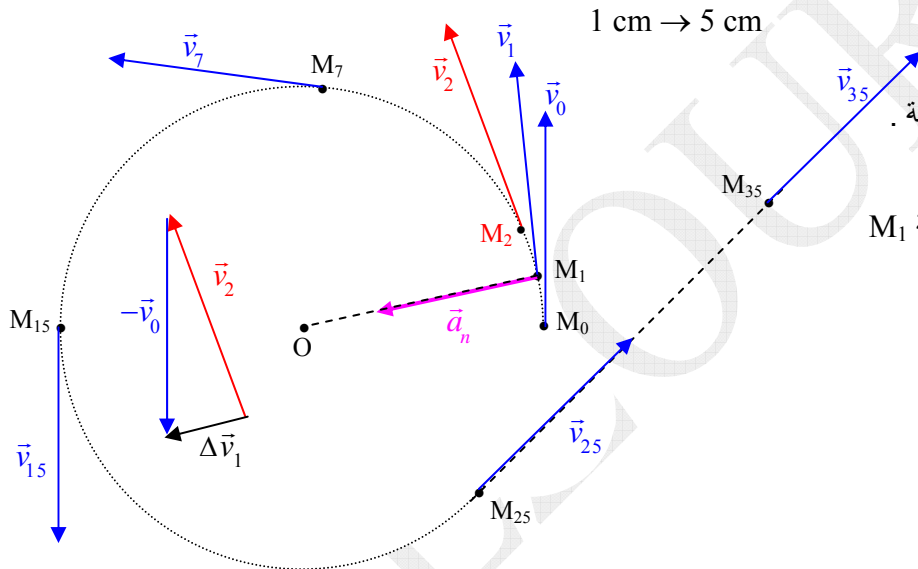
التمرين 10

1 - وصف الحركة :

من النقطة M_0 إلى M_{25} الحركة دائرية منتظمة ، لأن : المسافات المقطوعة في مدد زمنية متساوية (40 ms) هي متساوية .

من النقطة M_{25} إلى النقطة M_{35} الحركة مستقيمة منتظمة ، لأن : المسافات المقطوعة في مدد زمنية متساوية هي متساوية .

2 - تمثيل أشعة السرعة :



3 - التسارع المركزي (الناظمي) :

التسارع المركزي يكون موازيا لشعاع تغيير السرعة .

نحسبه مثلا في النقطة M_1 .

طويلة السرعة ثابتة في كل النقط ، فمثلا في النقطة M_1

$$v_1 = \frac{M_0 M_2}{2\tau} = \frac{1 \times 5 \times 10^{-2}}{2 \times 40 \times 10^{-3}} = 0,62 \text{ m/s}$$

$$a_n = \frac{v_1^2}{R} = \frac{(0,62)^2}{2,2 \times 5 \times 10^{-2}} = 3,5 \text{ m/s}^2$$

التمرين 11

1 - بما أن حركة الرجل منتظمة ، فالجزارة كذلك تكون حركتها منتظمة .

بتطبيق نظرية مركز العطالة على الجزارة :

$$Ox \quad \vec{F} + \vec{f} + \vec{P} + \vec{F}_{T/C} = M \vec{a}$$

$$F \cos \alpha - f = 0 \quad (\text{التسارع معدوم لأن السرعة ثابتة})$$

$$\text{ومنه : } f = F \cos \alpha = 70 \times \cos 30 = 60,6 \text{ N}$$

2 - نحتفظ بنفس الشكل مع استبدال القوة \vec{F} بقوة أخرى \vec{F}' ، ونطبق نظرية مركز العطالة :

$$Ox \quad \vec{F}' + \vec{f} + \vec{P} + \vec{F}_{T/C} = M \vec{a}'$$

$$F' = \frac{Ma' + f}{\cos \alpha} = \frac{20 \times 1 + 60,6}{0,86} = 93,7 \text{ N} \quad \text{، ومنه } F' \cos \alpha - f = M a'$$

التمرين 12

1 - الجسمان في راحة :

حساب T_1 : نختار الجملة (A + B) ، حيث في هذه الحالة نتخلص من القوتين الداخليتين T_2 و T_2' .

، وبإسقاط هذه العلاقة على المحور (اختياري) $x'x$: $\vec{T}_1 + \vec{P}_A + \vec{P}_B = 0$

$$T_1 = P_A + P_B = (m_A + m_B)g = 0,5 \times 10 = 5 \text{ N} \quad \text{ومنه} \quad T_1 - P_A - P_B = 0$$

حساب T_2 : نختار الجملة B

، وبإسقاط العلاقة على المحور $x'x$ ، نجد $\vec{T}_2 + \vec{P}_B = 0$ ، $T_2 = P_B = m_B g = 0,3 \times 10 = 3 \text{ N}$

2 - الجسمان يصعدان بسرعة قدرها 5 m/s :

السرعة ثابتة ، إذن التسارع معدوم . نفس الحل السابق .

3 - الجسمان يتسارعان إلى الأعلى بـ 2 m/s² :

حساب T_1 : نختار الجملة (A + B)

، وبإسقاط هذه العلاقة على المحور $x'x$: $\vec{T}_1 + \vec{P}_A + \vec{P}_B = (m_A + m_B)\vec{a}$

$$(1) \quad T_1 = P_A + P_B + (m_A + m_B)a = 5 + 0,5 \times 2 = 6 \text{ N} \quad ، \quad T_1 - P_A - P_B = (m_A + m_B)a$$

حساب T_2 : نختار الجملة B

، وبإسقاط العلاقة على المحور $x'x$ ، نجد $\vec{T}_2 + \vec{P}_B = m_B\vec{a}$ ، $T_2 = P_B + m_B a = 3 + 0,3 \times 2 = 3,6 \text{ N}$ ، $T_2 - P_B = m_B a$

4 - الجسمان يتسارعان إلى الأسفل بـ 2 m/s²

حساب T_1 : نختار الجملة (A + B)

، وبإسقاط هذه العلاقة على المحور $x'x$: $\vec{T}_1 + \vec{P}_A + \vec{P}_B = (m_A + m_B)\vec{a}$

$$T_1 = P_A + P_B - (m_A + m_B)a = 5 - 0,5 \times 2 = 4 \text{ N} \quad ، \quad P_A + P_B - T_1 = (m_A + m_B)a$$

حساب T_2 : نختار الجملة B

، وبإسقاط العلاقة على المحور $x'x$ ، نجد $\vec{T}_2 + \vec{P}_B = m_B\vec{a}$ ، $P_B - T_2 = m_B a$

$$T_2 = P_B - m_B a = 3 - 0,3 \times 2 = 2,4 \text{ N}$$

5 - التسارع الأقصى الممكن :

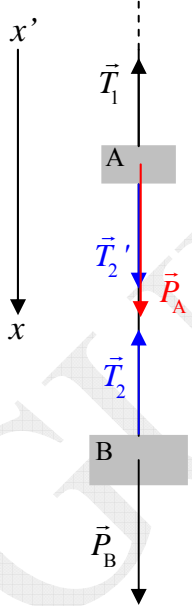
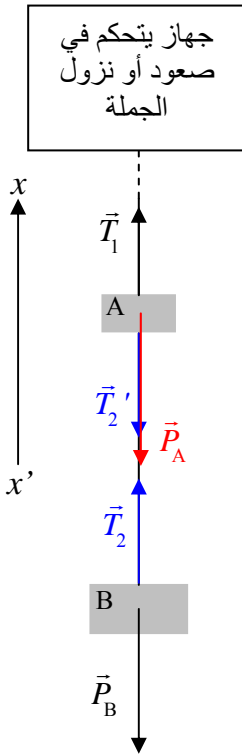
التوتر T_1 في كل الحالات أكبر من T_2 ، إذن فهو التوتر المقصود .

من العلاقة (1) ، علاقة T_1 في حالة الصعود نضع $T_1 \leq 10 \text{ N}$:

$$a \leq 10 \text{ m/s}^2 \quad ، \quad a \leq \frac{10 - (P_A + P_B)}{m_A + m_B} \quad \text{ومنه} \quad P_A + P_B + (m_A + m_B)a \leq 10$$

التسارع الأقصى الممكن هو $a = 10 \text{ m/s}^2$. لو تجاوزت الجملة هذا التسارع ينقطع الخيطان ، حيث يتجاوز توتر الخيط العلوي

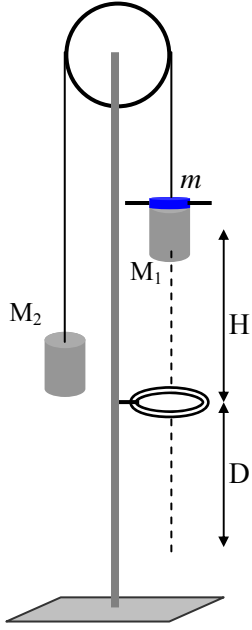
القيمة 10 N والخيط السفلي يتجاوز القيمة 6 N .



التمرين 13

آلة أتود (Machine d'Atwood) : عبارة عن بكرة خفيفة قابلة للدوران حول محورها الأفقي .

يمرُّ على محزّها خيط مهمل الكتلة ويحمل في طرفية أسطوانتين C_1 و C_2 كتلتاهما $M_1 = M_2 = M$ ،
يمكنهما الحركة أمام مسطرة مدرّجة . هذه المسطرة ملصقة على حامل البكرة .
عندما تنزل الأسطوانة C_1 تمرّ داخل حلقة مثبتة مع المسطرة (تسمى حلقة مُفرّغة) .



يمكن أن ندرس بواسطة آلة أتود طورين لحركة C_1 . من أجل هذا الغرض نضع فوقها جسما مجتّحا
كتلته m ، بحيث لما تصل المجموعة (الجسم المجتّح و C_1) إلى الحلقة تمر C_1 ، أما الجسم المجتّح يبقى
عالقا فوق الحلقة بسبب وجود الجناحين ، ولأن الخيط يمر عبر ثقب في مركز الجسم المجتّح .
لكي نجد علاقة رياضية فيها g ندرس حركة الجملة في طورها الأول ، أي أثناء الانتقال H .
تبدأ الجملة حركتها من السكون .

جهة الحركة واضحة ، أي في جهة C_1 . نفصل الجملة لكي يتسنى لنا تمثيل القوى :

نطبّق نظرية مركز العطالة على الجزء $(M_1 + m)$:

$$\vec{P}'_1 + \vec{T}_1 = (M_1 + m)\vec{a}_1 \quad , \quad \text{وباسقاط هذه العلاقة على المحور الموجه في جهة الحركة :}$$

$$(1) \quad P'_1 - T_1 = (M_1 + m)a_1$$

نطبّق نظرية مركز العطالة على الجزء (M_2) :

$$\vec{P}_2 + \vec{T}_2 = M_2\vec{a}_2 \quad , \quad \text{وباسقاط هذه العلاقة على المحور الموجه في جهة الحركة :}$$

$$(2) \quad T_2 - P_2 = M_2a_2$$

الجملة مترابطة ، وبالتالي $a_1 = a_2 = a$. البكرة خفيفة بالنسبة للأجسام الأخرى ، إذن

$$(2) \quad T_1 = T_2 \quad . \quad \text{بجمع العلاقتين (1) و (2) نجد} \quad g = \frac{2M + m}{m}a$$

العلاقة (2) تبين أن التسارع ثابت ، وبالتالي حركة الجملة متغيرة بانتظام .

لتكن v_A السرعة التي تصل بها المجموعة $(M_1 + m)$ إلى الحلقة المفرّغة ، يكون بهذا : $v_A^2 - 0 = 2aH$ (بدون سرعة ابتدائية)

$$(3) \quad v_A^2 = 2aH$$

من العلاقة (2) نستخرج $a = \frac{m}{2M + m}g$ ، و بعد الحلقة المفرّغة يصبح $a = 0$ (m لا تمرّ ، فعوضناها بالصفر)

ومن هذا نستنتج أن الحركة تصبح منتظمة بعد الحلقة المفرّغة ، وبالتالي $D = v_A t$ (4)

من العلاقتين (3) و (4) نستنتج $\frac{D^2}{t^2} = 2aH$ ، ومنه $a = \frac{D^2}{2Ht^2}$ ، وبالتعويض في العلاقة (2) نجد المطلوب :

$$g = \frac{(2M + m)D^2}{2mHt^2}$$

التمرين 14

1 - نعيّن جهة الحركة ، ثم ندرس الحركة ونستنتج عبارة التسارع .

تصحيح : المقصود m (ليس M)

تعيين جهة الحركة :

$$\text{نقارن بين } P_3 = 8 \text{ mg} \text{ و } (P_1 + P_2) \sin \theta = 6 \text{ mg} \sin \theta$$

بما أن $\sin \theta \leq 1$ ، إذن $8 > 6 \sin \theta$. إذن جهة الحركة هي جهة S_3 .

نطبق نظرية مركز العطالة على الجسم S_3 : تسارعه a_3

$$\vec{P}_3 + \vec{T}_3 = 8m \vec{a}_3 \text{ ، وبإسقاط هذه العلاقة على المحور الموجه في جهة الحركة :}$$

$$(1) \quad P_3 - T_3 = 8m a_3$$

نطبق نظرية مركز العطالة على الجملة $(S_1 + S_2)$: تسارعها a'_1

$$\vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \vec{T}_1 + \vec{R}_1 + \vec{R}_2 = 6m \vec{a}'_1 \text{ ، وبإسقاط هذه العلاقة على المحور الموجه في جهة الحركة :}$$

$$(2) \quad T_1 - P_1 \sin \theta - P_2 \sin \theta = 6m a'_1$$

$$a_3 = a'_1 = a \text{ و } T_1 = T_3$$

$$a = \frac{P_3 - (P_1 + P_2) \sin \theta}{14m} = \frac{g(4 - 3 \sin \theta)}{7} \text{ : نجمع العلاقتين (1) و (2) طرفا لطرف نجد :}$$

$$a = \frac{g}{7} (4 - 3 \sin \theta) = \frac{10}{7} \left(4 - 3 \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = 2,7 \text{ m/s}^2$$

2 - الفرق $T_1 - T_2$ هو نفس الفرق $T_1 - T'_2$ ، لأن $T_2 = T'_2$.

من أجل إيجاد هذا الفرق نطبق نظرية مركز العطالة على الجسم S_1 ونسقط مباشرة على المحور السابق :

$$T_1 - T_2 = P_1 \sin \theta + 2m a = 20 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 2 \times 2,7 = 19,5 \text{ N} \text{ ، ومنه } T_1 - T'_2 - P_1 \sin \theta = 2m a$$