الجزء الثاني - ثنائي القطب RL

التمرين 18

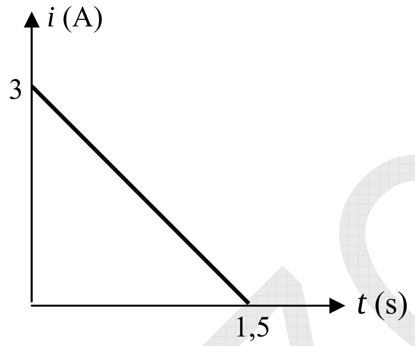
1 – التوتر بين طرفي الوشيعة في النظام الدائم $U_L = r\,I = 6 \times 1,5 = 9\ V$

2 – المولّد المستعمل في هذه الدارة هو مولد للتيار . لما نقصّر الدارة (عزل المولّد) تنتقل شدة التيــار من القيمة I إلى الصفر لحظيا ، لا تمر بمرحلة انتقالية .

تنشأ في الوشيعة قوة محركة كهربائية $e = -L\dfrac{\Delta I}{\Delta t} = -\dfrac{0-1,5}{2,5\times10^{-3}} = 600V$

نلاحظ أن فرق الكمون بين طرفي الوشيعة في مدة قطع التيار يكون مرتفعا جدا ، أما استنتاجنا هو بامكان هذا التوتر العالي أن يخرب أجهزة كهربائية تحتوي على وشائع عندما نقطع التيار ، لهذا يجب أن تُحفظ هذه الأجهزة بربط نواقل أومية أو صمامات تجعل على إخماد هذا التوتر العالي .

التمرين 19



1 – مقاومة الوشيعة $r = \dfrac{U}{I} = \dfrac{6}{1,5} = 4\ \Omega$

2 – التوتر بين طرفي الوشيعة : $u_L = ri + L\dfrac{di}{dt}$ (1)

$\dfrac{di}{dt}$ هو ميل المستقيم $i = f(t)$ ، حيث $\dfrac{di}{dt} = -\dfrac{3}{1,5} = -2A.s^{-1}$

في اللحظة $t = 0,5$ s يكون $i = 2$ A

بالتعويض في العلاقة (1) : $u_L = 4 \times 2 - 0,1 \times 2 = 7,8\ V$

التمرين 20

التوتر بين طرفي الوشيعة : لدينا عبارة شدة التيار $i = 10\,t - 3$ ، إذن $\dfrac{di}{dt} = 10\ A.s^{-1}$

$$u_L = ri + L\frac{di}{dt} = 8(10t-3) + 10L = 80t - 24 + 10L$$

عند $t = 0,15$ s يكون $u_L = 0$ ، إذن $10\,L = 24 - 12$ ، وبالتالي $L = 1,2$ H

التمرين 21

1 – التيار الذي مررناه في الوشيعة هو تيار متغيّر ودوري ، حيث أن دوره 20 ms .

2 –

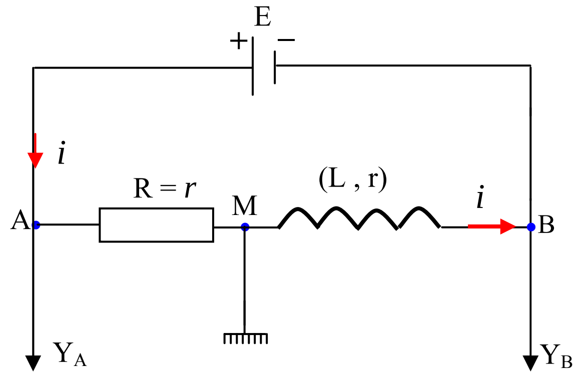
- في المجال $[0,10s]$ ، $i = f(t)$ عبارة عن مستقيم ميله $a = \dfrac{0,4}{10^{-2}} = 40\ As^{-1}$ ، ويمر بالنقطة (0 , 0) ، إذن معادلة تغير شدة التيار في هذا المجال هي : $i = 40\,t$

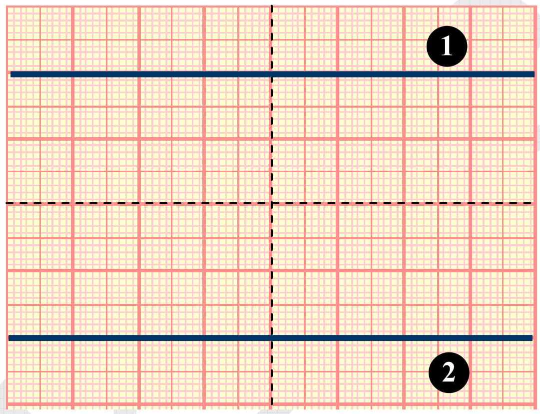
- في المجال $[10s,20s]$ ، $i = f(t)$ عبارة عن مستقيم ميله $a' = -\frac{0,4}{10^{-2}} = -40\ As^{-1}$ ، ويمر بالنقطة $(20\text{ s} , 0)$ ، معادلة من الشكل $i = -40\,t + b$. عند $t = 20$ ms يكون $i = 0$ ، ومنه : $0 = -40 \times 0,02 + b$ ، وبالتالي $b = 0,8$ A

معادلة تغير شدة التيار في هذا المجال هي : $i = -40\,t + 0,8$

3 – التوتر بين طرفي الوشيعة : $u_L = L\frac{di}{dt}$. $u_L = L \times 40$ ، ومنه $L = 10$ mH

التمرين 22





1 -

البيان (2) يمثل التوتر بين طرفي الوشيعة U_{BM} ، لأن $U_{BM} < 0$ ، إذن الخط ينحرف إلى أسفل الشاشة (انظر لجهة i) .

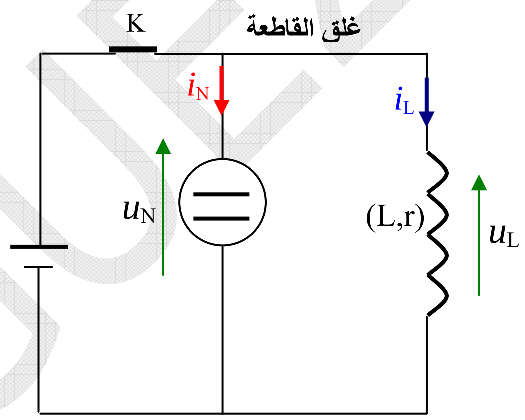
البيان (1) يمثل التوتر بين طرفي الناقل الأومي U_{AM} ، لأن $U_{AM} > 0$ ، إذن الخط ينحرف إلى أعلى الشاشة .

2 – تتصرّف الوشيعة كناقل أومي (نظام دائم) .

3 – شدة التيار المار في الدارة $I = \frac{U_R}{R} = \frac{3 \times 2}{12} = 0,5\ A$

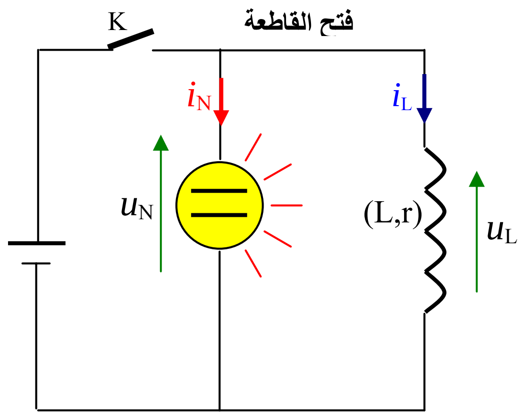
4 – قيمة القوة المحركة الكهربائية للمولد (E) : حسب قانون أوم : $E = (R + r)\,I = 24 \times 0,5 = 12$ V

التمرين 23



$I_L > 0$ $U_L > 0$

$I_N > 0$ $U_N > 0$



$I_L > 0$ $U_L < 0$

$I_N < 0$ $U_N < 0$

1 - عندما نغلق القاطعة يمر تيار شدّته I_L في الوشيعة وتيار آخر شدته I_N في المصباح ، بحيث يكون $U_N = U_L = E = 12$ V

2 - المصباح لا يشتعل لأن التوتر بين طرفيه أقل من 220 V .

من المفروض يمر في الوشيعة تيار شدته $I_L = \dfrac{U_L}{r} = \dfrac{12}{6} = 2\ A$

من المفروض أن تكون ذاتية الوشيعة أكبر من 0,4 H (ما دامت تحتوي على نواة حديدية) حتى تخزّن طاقة أكبر تُستعمَل في إشعال المصباح عند فتح القاطعة .

عند فتح القاطعة تبقى جهة التيار في الوشيعة كما كانت قبل فتح القاطعة (العكس في المكثفة) . إذن يمر في المصباح تيار شدته

$$\mathbf{I_N = - I_L}$$

فإذا كانت مقاومة المصباح كبيرة في تلك اللحظة ينشأ توتر كبير بين طرفيه $|U_N| = R_{N(0)} I_L$ حيث $R_{N(0)}$ هي مقاومة المصباح في اللحظة $t = 0$ ، وبالتالي نلاحظ إنارة شديدة في المصباح لمدة قصيرة ثم ينطفئ (لا ننسى أن مقاومة المصباح ليست ثابتة أثناء اشتغاله)

3 - إن المولّد المستعمل هو مولد للتوتر ، إذن عندما نفتح القاطعة يمر التوتر بين طرفي المصباح بمرحلة انتقالية من القيمة 12 V إلى القيمة 0 . ونفس الشيء بالنسبة لشدة التيار في المصباح .

لو عرفنا قيمة مقاومة المصباح لحظة فتح القاطعة لعرفنا قيمة التوتر بين طرفي الوشيعة

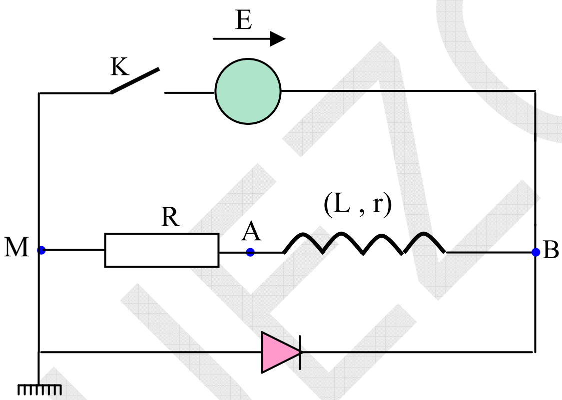
ثابت الزمن عند تطبيق التيار يختلف في هذه الحالة عن ثابت الزمن عند قطع التيار ، $\tau_1 = \dfrac{L}{r}$ ، $\tau_2 = \dfrac{L}{R_0 + r}$ ، حيث

R_0 هي قيمة مقاومة المصباح لحظة فتح القاطعة ، ومنه τ_2 لا معنى له !!!!

التوتر بين طرفي الوشيعة لا يتغير بهذه العلاقة $u_L = E\, e^{-\frac{R}{L}t}\left(\dfrac{r}{R} - 1\right)$ ، لأن $R = R_0 + r$ تتغير مع الزمن كذلك ،

وبالتالي لا يمكن معرفة التوتر بين طرفي الوشيعة في لحظة ما .

التمرين 24



1 – تطوّر شدة التيار في الدارة : $i = \dfrac{E}{R'} e^{-\frac{R'}{L}t}$ ، حيث $R' = R + r$

انظر للدرس كيف وجدنا هذه العلاقة عند قطع التيار (صفحة 8 من درس ثنائي القطب RL) .

2 - أ) التوتر بين طرفي الناقل الأومي $u_R = R\, i$

$$u_R = R \frac{E}{R'} e^{-\frac{R'}{L}t}$$

u_0 هو التوتر بين طرفي الناقل الأومي في اللحظة $t = 0$ ، أي : $u_0 = R\dfrac{E}{R'}e^0 = R\dfrac{E}{R'}$

عند اللحظة t_1 : $u_R = 0{,}9\ u_0 = R\dfrac{E}{R'} e^{-\frac{R'}{L}t_1}$ (1)

عند اللحظة t_2 : $u'_R = 0{,}1\ u_0 = R\dfrac{E}{R'} e^{-\frac{R'}{L}t_2}$ (2)

بتقسيم العلاقتين (1) و (2) طرفا لطرف نجد : $9 = e^{(t_2 - t_1)\frac{R'}{L}}$ ، وبادخال اللوغاريتم النبيري على طرفي هذه العلاقة ، نكتب :

$ln\ 9 = (t_2 - t_1) \times \frac{R'}{L}$ ، ومنه $\frac{R'}{L} = \frac{ln\ 9}{t_2 - t_1}$ ، ولدينا ثابت الزمن $\tau = \frac{L}{R'}$ ، إذن

$$\tau = \frac{t_2 - t_1}{ln\ 9} = \frac{1{,}65 \times 10^{-3}}{2{,}2} = 0{,}75 \times 10^{-3}\ s$$

ب) ذاتية الوشيعة : $L = R' \times \tau = (R + 0) \times \tau = 1000 \times 0{,}75 \times 10^{-3} = 0{,}75\ H$.

ملاحظة :

الهدف من وضع الصمام في الدارة وتوجيهه بهذا الشكل هو منع حدوث الشرارة الكهربائية التي تظهر عند القاطعة عند فتحها .

سبب وجود هذه الشرارة : لو لم يوجد الصمـــام أين تذهب الطاقة المغناطيسية التي كانت مخزنة في الوشيعة لحظة فتح القاطعة؟

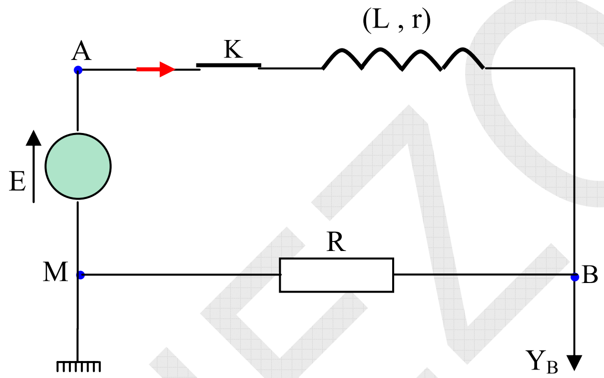
إن فتح القاطعة يخلق مقاومة كبيرة جدا متكونة من حيّز من الهواء موجود بين فكّي القاطعة ، إذن تصوّر هذه المقاومة الكبيرة مضروبة في شدة التيار التي كانت تمر في الوشيعة قبل فتح القاطعة ، فإنها تعطي توترا كبيرا بين طرفي القاطعة ، بحيث تفرّغ طاقة الوشيعة على شكل طاقة كهرومغناطيسية (ضوء) وهذا الذي نشاهده ...

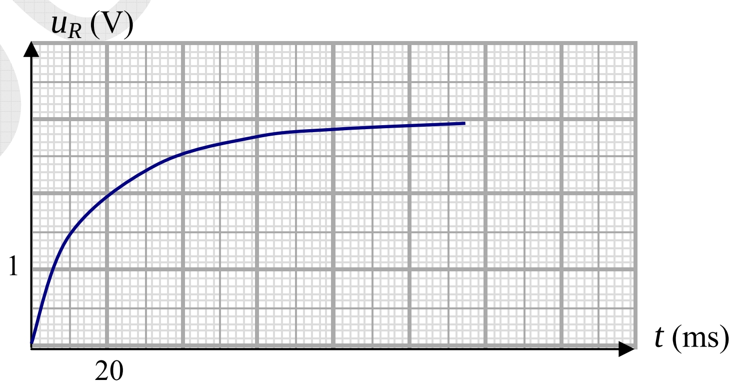
يمكن لهذه الطاقة أن تخرّب أجهزة أخرى مربوطة وراء القاطعة ، مثل بطاقة الحبكة المعلوماتية التي ترفق تركيب التجربة بجهاز الكمبيوتر .

الصمام يمرر التيار الكهربائي في نفس الدارة ويحمي الأجهزة الأخرى .

التمرين 25

1 – التوتر الذي يظهر في المدخل Y_B هو التوتر بين طرفي الناقل الأومي $u_R = R\,i$





2 – في النظام الدائم يكون (من البيان) $u_R = 3\ V$ ، ولدينا قانون أوم في ناقل أومي $u_R = R\,I_0$ ، $I_0 = \frac{3}{50} = 0{,}06\ A$

3 – حسب قانون جمع التوترات : $E = u_R + u_L$ ، أي $E = Ri + ri + L\frac{di}{dt}$

4 – في النظام الدائم يكون $E = (R + r)\,I_0$ ، ومنه : $r = \frac{E}{I_0} - R = \frac{3{,}8}{0{,}06} - 50 = 13{,}3\Omega$

لحساب ذاتية الوشيعة نحسب أولا ثابت الزمن ، وذلك من البيان $u_R = f(t)$ ، حيث أن عند الزمن $t = \tau$ يكون :

$U_R = 0{,}63 \times 3 \approx 2\ V$ ، وهذا يوافق $\tau = 20\ ms$.

ذاتية الوشيعة $L = R' \times \tau = (R + r) \times \tau = 63{,}3 \times 20 \times 10^{-3} = 1{,}27\ H$

التمرين 26

1 – المعادلة التفاضلية لشدة التيار عند تطوّره نحو قيمة ثابتة غير معدومة معناه المعادلة أثناء تطبيق التيار .

حسب قانون جمع التوترات في ثنائي القطب RL ، نكتب : $E = Ri + L\dfrac{di}{dt}$ (الوشيعة صافية ، أي $r \approx 0$)

بتقسيم طرفي هذه المعادلة على L ، نجد المعادلة التفاضلية المطلوبة : $\dfrac{di}{dt} + \dfrac{R}{L}i = \dfrac{E}{L}$ (1)

2 – لدينا حل المعادلة التفاضلية (1) هو : $i(t) = a + be^{-\alpha t}$ (2)

نعوّض في المعادلة (1) : $-\alpha b e^{-\alpha t} + \dfrac{R}{L}\left(a + be^{-\alpha t}\right) = \dfrac{E}{L}$

$$\frac{R}{L}a + be^{-\alpha t}\left(\frac{R}{L} - \alpha\right) = \frac{E}{L}$$

حتى تكون هذه المعادلة محققة ، يجب أن يكون : $\dfrac{R}{L} - \alpha = 0 \Rightarrow \alpha = \dfrac{R}{L}$ ، و $\dfrac{R}{L}a = \dfrac{E}{L} \Rightarrow a = \dfrac{E}{R}$.

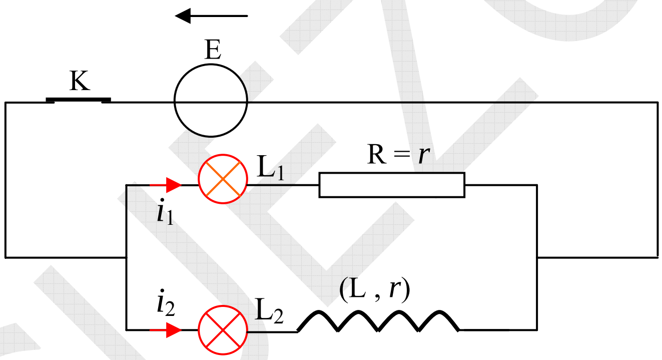
نعلم أنه عند $t = 0$ يكون $i = 0$. بالتعويض في المعادلة (2) : $0 = a + be^{0} = a + b \Rightarrow a = -b$

وبالتالي : $a = -b = \dfrac{E}{L}$

3 – الشدة العظمى للتيار : $I_0 = \dfrac{E}{R} = \dfrac{6}{12} = 0,5\ A$

4 – ثابت الزمن : $\tau = \dfrac{L}{R}$ ، لكن L مجهولة !

التمرين 27



1 – عبارة التوتر في كل فرع :

الفرع (1) : $u_1 = (R + R_1)\, i_1$

الفرع (2) : $u_2 = (r + R_2)i_2 + L\dfrac{di_2}{dt}$

2 – في الفرع (1) : بمجرد غلق القاطعة يشتعل المصباح L_1

لأن الناقل الأومي لا يعرقل تطبيق التيار (ذاتية الناقل الأومي معدومة)

في الفرع (2) : الوشيعة تقاوم تطبيق التيار ، أي < ترفض > تغيّر

شدة التيار فيها ، حيث تنشأ قوة كهربائية متحرضة تمرّر تيارا في الوشيعة عكس جهة التيار i_1 مما يزيد في مدّة تطبيق i_1 ، وبالتالي المصباح L_2 يشتعل بعد المصباح L_1 .

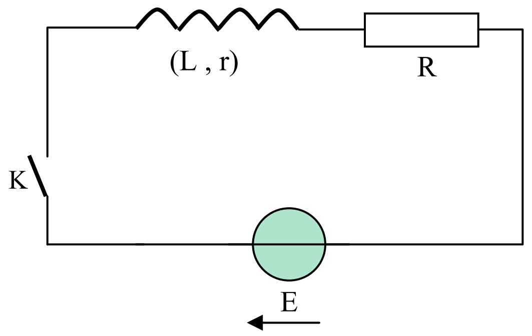
3 – في النظام الدائم يصبح $i_1 = i_2 = I$ ، لأن مقاومتي الفرعين متساويتان .

4 – الوسيلة العملية التي تبيّن لنا أن $i_1 = i_2$:

- إما مشاهدة قوة الإضاءة في المصباحين متماثلة (أقل دقة)
- أو بكل بساطة ربط مقياس أمبير في كل فرع وقراءة شدة التيار عليهما .

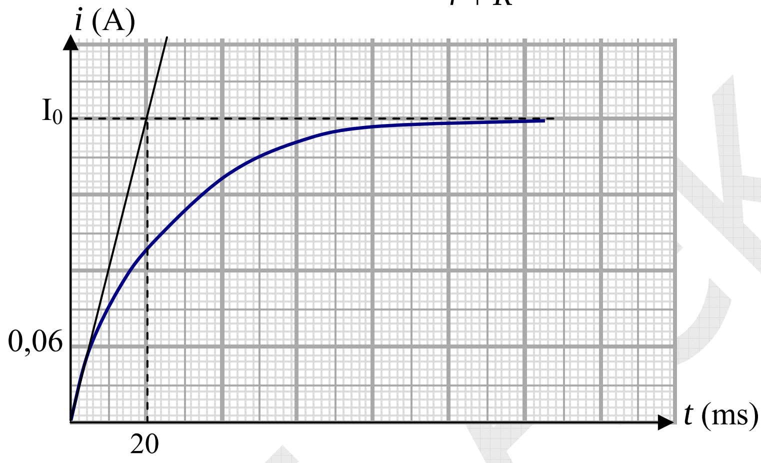
التمرين 28

1- مخطط الدارة في الشكل المقابل .



مخطط الدارة الكهربائية

2- في النظام الدائم $I = \dfrac{E}{r+R}$ (1)



2 – في النظام الدائم لدينا من البيان $I_0 = \dfrac{E}{R'}$ هي أعظم قيمة لـ i ، أي $I_0 = 0{,}06 \times 4 = 0{,}24$ A

بالتعويض في (1) : $R + r = \dfrac{12}{0{,}24} = 50\Omega$ ، ومنه $r = 50 - 35 = 15\ \Omega$

3 – من البيان لدينا فاصلة نقطة تقاطع المماس للبيان في المبدأ مع مع المستقيم الأفقي $i = I_0$ هي $t = \tau = 20$ ms

4 - أ) العبـارة البيانية هي : $L = a\,\tau$

a هو ميل المستقيم .

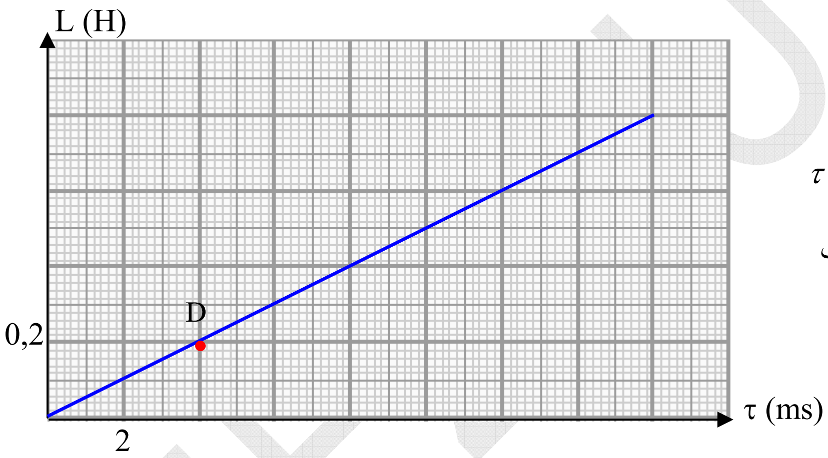
ب) ثابت الزمن من الدراسة النظرية هو $\tau = \dfrac{L}{R+r}$

جـ) من البيان نأخذ نقطة كيفية ، مثلا النقطة (D) ، حيث

$L = 0{,}2$ H و $\tau = 4$ ms ونستنتج :

$R + r = \dfrac{L}{\tau} = \dfrac{0{,}2}{4\times10^{-3}} = 50\Omega$ ، وهذه النتيجة

تتفق مع المعطيات .



التمرين 29

1 – لدينا شدة التيار $i = 1{,}2\left(1 - e^{-2t}\right)$ ، حيث i بـ A و t بـ s

عند $t = 0$ يكون $i = 1{,}2\,(1 - 1) = 0$. شدة التيار معدومة إذن الطاقة معدومة لأن $E_b = \dfrac{1}{2}L\,i^2$

2 - نكتب عبارة الشدة كما يلي : $i = 1{,}2\left(1 - e^{-\frac{1}{\tau}t}\right)$

عند $t = \tau$ ، فإن $i = 1{,}2\left(1 - \dfrac{1}{e}\right) = 1{,}2\left(1 - \dfrac{1}{2{,}71}\right) = 1{,}2 \times 0{,}63 = 0{,}75\ A$.

الطاقة المخزّنة : $E_b = \frac{1}{2}Li^2 = 0,5\times 0,1(0,75)^2 = 2,8\times 10^{-2}\,J$

عندما $t\to\infty$ ، فإن $i = 1,2\left(1-e^{-\infty}\right) = 1,2(1-0) = 1,2A$

الطاقة المخزّنة : $E_b = \frac{1}{2}Li^2 = 0,5\times 0,1(1,2)^2 = 7,2\times 10^{-2}\,J$

3 - من عبارة شدّة التيار لدينا $\frac{1}{\tau} = 2$ ، ومنه $\tau = 0,5$ s . مقاومة الوشيعة هي $r = \frac{L}{\tau} = \frac{0,1}{0,5} = 0,2\Omega$

التمرين 30

تمثل هذه الحالة قطع التيار عن الوشيعة .

1 – لدينا المعادلة التفاضلية التي تخضع لها شدة التيار في الدارة : $\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = 0$ (1)

هذه المعادلة التفاضلية لها حل من الشكل : $i = Ae^{\alpha t} + B$ (2)

لكي نحدّد B ، α نعوّض في المعادلة (1) : $i = Ae^{\alpha t} + B$ و $\frac{di}{dt} = A\alpha e^{\alpha t}$

$$A\alpha e^{\alpha t} + \frac{R}{L}\left(Ae^{\alpha t} + B\right) = 0$$

$$Ae^{\alpha t}\left(\alpha + \frac{R}{L}\right) + \frac{BR}{L} = 0$$

حتى تكون هذه المعادلة محققة يجب أن يكون $\alpha = -\frac{R}{L}$ و $B = 0$

نستنتج A من المعادلة (2) ، حيث تكون عند اللحظة $t = 0$ شدة التيار في الوشيعة $i = \frac{E}{R}$.

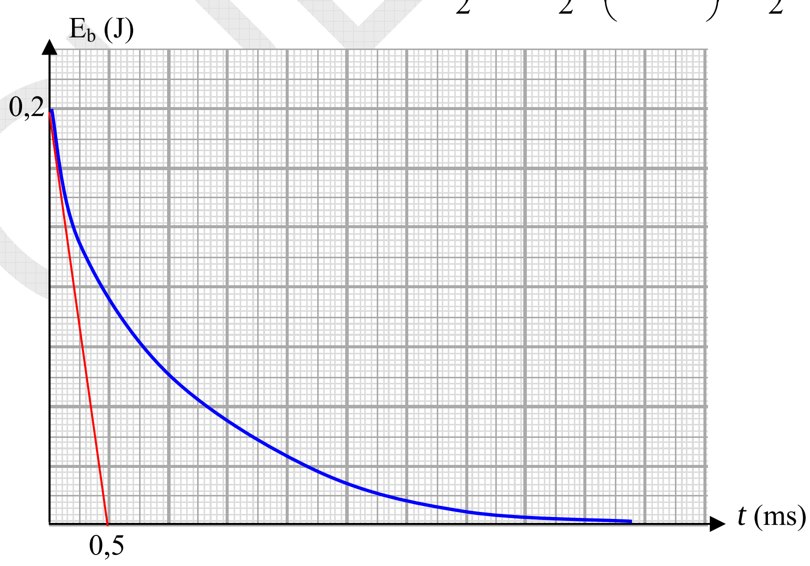
بالتعويض : $\frac{E}{R} = Ae^0 + B$ ، إذن $A = \frac{E}{R}$ ، وبالتالي حل المعادلة هو $i = \frac{E}{R}e^{-\frac{R}{L}t}$ ، حيث $\frac{E}{R} = I_0$

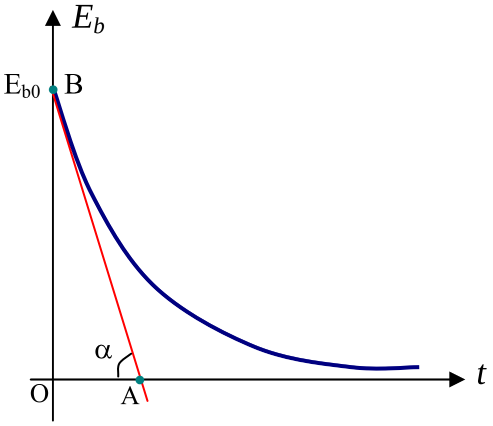
2 – الطاقة المخزّنة في الوشيعة بدلالة الزمن : $E_b = \frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2}L\left(I_0 e^{-\frac{R}{L}t}\right)^2 = \frac{1}{2}LI_0^2\, e^{-\frac{2R}{L}t}$

$$E_b = \frac{1}{2}LI_0^2\, e^{-\frac{2}{\tau}t}$$

الطاقة المخزّنة في الوشيعة من الشكل :

$E_b = E_{b0}\; e^{-\frac{2}{\tau}t}$ ، حيث $E_{b0} = 0,2$ J





3 - ميل المماس عند النقطة $(0\,;E_{b0})$ هو مشتق العلاقة $E_b(t)$ عند $t=0$

ميل المماس : $tg\alpha = -\frac{OB}{OA} = -\frac{E_{b0}}{OA}$

مشتق $E_b(t)$ هو $\frac{dE_{b0}}{dt} = -\frac{2E_{b0}}{\tau}\ e^{-\frac{2}{\tau}t}$

وعند $t=0$ يكون المشتق : $\frac{dE_{b0}}{dt} = -\frac{2E_{b0}}{\tau}\ e^{-\frac{2}{\tau}0} = -\frac{2E_{b0}}{\tau}$

$-\frac{E_{b0}}{OA} = -\frac{2E_{b0}}{\tau}$ ، ومنه : $OA = \frac{\tau}{2}$ ، إذن فاصلة النقطة A هي : $t = \frac{\tau}{2}$

4 – لدينا $\frac{\tau}{2} = 0{,}5$ ، ومنه $\tau = 1\ ms$

مقاومة الدارة (الناقل الأومي والوشيعة) $R = 100\ \Omega$ ، ونعلم أن ثابت الزمن هو $\tau = \frac{L}{R}$ ، ومنه :

$$L = R \times \tau = 100 \times 10^{-3} = 0{,}1\ H$$

5 – الزمن اللازم لتناقص الطاقة إلى النصف :

عند اللحظة $t=0$ كانت الطاقة المخزّنة في الوشيعة $E_b = \frac{1}{2}LI_0^2$. نحسب اللحظة t التي تكون فيها الطاقة نصف هذه الكمية

$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}LI_0^2\right) = \frac{1}{2}LI_0^2\ e^{-\frac{2}{\tau}t}$ ، أي $\frac{1}{2} = e^{-\frac{2}{\tau}t}$ ، وبادخال اللوغاريتم النبيري على طرفي المعادلة نجد :

$-ln2 = -\frac{2}{\tau}t$ ، وبالتالي : $t = t_{1/2} = \frac{\tau}{2}\ ln2$